# План-конспект урока алгебры в 11 классе "Аналитические методы решения логарифмических уравнений"

**Автор:**
**Мусавузова Гульсият Нухбековна**
**учитель математики**
**МКОУ «Туршунайская СОШ»**

**Тип урока**: Урок обобщения и систематизации знаний, умений и навыков.
**Вид урока**: Урок-практикум.
**Метод:** деятельностный, проблемный, частично-поисковый.
**Цели урока**: - Обобщение и систематизация изученных способов решения логарифмических уравнений;
- Развитие умения осуществлять самооценку;
- Воспитание у учащихся трудолюбия, мотивов обучения, положительного отношения к знаниям;
**Оборудование:** проектор, интерактивная доска, компьютер для учителя, нетбуки для учащихся, компьютерная презентация,

**План урока**

1. Организационный момент. Определение целей урока.
2. Устный опрос в виде блицтурнира.
3. Актуализация знаний по изученному материалу.
4. Решение заданий у доски. Повторение теоретических сведений.
5. Изучение нового материала:
   - Проблемная ситуация.
   - Постановка учебной задачи.
   - Формулирование темы урока.
   - Решение заданий в тетрадях и у доски
   - Анализ полученных данных
   - Вывод
6. Онлайн-тест
8. Итог, домашнее задание.

**Ход урока**

**1.** Последние несколько уроков мы занимались аналитическими методами решения логарифмических уравнений. (Слайд 1) Сегодня нам необходимо подвести итог этой темы. Давайте сформулируем, какие же цели мы ставим перед собой? (Слайд 2)
**Цели урока:**

•**Обобщить и систематизировать изученные методы решения логарифмических уравнений**

•**Выявить особенности каждого метода**
От себя я добавлю такую цель:

•**Выяснить, всегда ли логарифмические уравнения решаются одним из изученных нами методом.**

**2.** А сейчас **Блицтурнир** (Слайды 3-14)

$\log_2 x = 1$ $\quad \log_4(x-15) = 2 \quad$ $\log_4 x = \frac{3}{2}$

$\log_9 x = \frac{1}{2}$ $\quad \log_8 x = \frac{1}{3}$

$\lg x = -2$ $\quad \log_5 x = 3$

$\log_{0,027} x=\frac{2}{3}$

$\log_x 4=2$

$\log_{\frac{1}{3}} x=0$

$\log_{\frac{5}{6}} x=-1$

$\log_3(x+5)=4$

Молодцы!

<u>**3.**</u> Какие уравнения вы сейчас решали? **Простейшие.**
Как решаются простейшие логарифмические уравнения? **По определению.**
Какие еще методы решения логарифмических уравнений вы знаете? (Слайд 16)

- **Метод потенцирования**
- **Метод замены переменной**
- **Метод логарифмирования**

Итак, первое задание: (Слайд 17)
Разбить уравнения на группы по методу их решения и записать номера соответствующих уравнений в таблицу:

1. $\log_{\frac{1}{6}}(7x+9)=\log_{\frac{1}{6}}x$
2. $\log_2(3x-5)=4$;
3. $\frac{1}{4-\lg x}+\frac{2}{2+\lg x}=1$;
4. $\log_2\left(2^{x+3}-56\right)=x$;
5. $\log_{0,2}^2 x+\log_{0,2} x-6=0$
6. $x^{\lg x}=10$
7. $\log_3(2x+1)+\log_3 x=\log_3(x+2)$
8. $2x^{\log_2 x}=32$
9. $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+3x-1\right)=-2$
10. $3\log_2^2 x-7\log_2 x+2=0$
11. $\lg\left(x^2-8\right)=\lg(2-9x)$
12. $x^{2\log_3 x}=9$

Давайте проверим, что у вас получилось (Слайд 18)

| Метод решения | Номера уравнений |
|---|---|
| По определению | 2, 4, 9 |
| Метод потенцирования (ПТ) | 1, 7, 11 |
| Метод замены переменной (ЗП) | 3, 5, 10 |
| Метод логарифмирования (ЛГ) | 6, 8, 12 |

Отлично!

**4.** Итак, сейчас трое из вас выберут по одному уравнению из каждой группы и решат его у доски. (Выбор уравнения со слайда)

**1.** $\log_{\frac{1}{6}}(7x+9) = \log_{\frac{1}{6}} x$

ОДЗ $\begin{cases} 7x+9>0 \\ x>0 \end{cases} => \begin{cases} 7x>-9 \\ x>0 \end{cases} => \begin{cases} x>-1\frac{2}{7} \\ x>0 \end{cases} => x>0$

$7x+9=x$

$7x-x=-9$

$6x=-9$

$x=-1{,}5$ - не входит в ОДЗ

Ответ: нет корней.

**2.** $\log_2(3x-5)=4$

ОДЗ $3x-5>0,\ \ 3x>5,\ \ x>\frac{5}{3}$

$3x-5=2^4$

$3x=16+5,\ \ x=\frac{21}{3},\ \ x=7$ –входит в ОДЗ

Ответ: 7.

**3.** $\frac{1}{4-\lg x}+\frac{2}{2+\lg x}=1$, ОДЗ $x>0$

$\lg x = y$

$$\frac{1}{4-y}+\frac{2}{2+y}=1$$

$2+y+2(4-y)=(4-y)(2+y)$

$2+y+8-2y=8+4y-2y-y^2$

$10-y-8-2y+y^2=0$

$y^2-3y+2=0,\ \ D=1,\ \ y_1=1,\ \ y_2=2$

$\lg x=1,\qquad x=10$

$\lg x=2,\qquad x=10^2,\qquad x=100$

Ответ: 10, 100.

**4**. $\log_2(2^{x+3}-56)=x$

ОДЗ $2^{x+3}-56>0,\ 2^{x+3}>56,\ 2^x>56:8,\ 2^x>7,$

$\log_2 2^x > \log_2 7,\ x>\log_2 7$

$2^{x+3}-56=2^x,\ \ 2^{x+3}-2^x=56$

$2^x(2^3-1)=56,\qquad 2^x\cdot 7=56$

$2^x=8$

$x=3$

Ответ: 3.

**5.** $\log_{0,2}{}^2 x+\log_{0,2} x-6=0$ ОДЗ , $\quad x>0$

$\log_{0,2} x=y$

$y^2+y-6=0$

$D=25, \quad y_1=2, \quad y_2=-3$

$\log_{0,2} x=2, \quad x_1=0{,}2^2, \quad x_1=0{,}04$

$\log_{0,2} x=-3, \qquad x_2=0{,}2^{-3}, \quad x_2=125$

Ответ: 0,04; 125.

**6.** $x^{\lg x}=10$ ОДЗ $x>0$

$\lg x^{\lg x}=\lg 10$

$\lg x \lg x=\lg 10$

$(\lg x)^2=\lg 10$

$(\lg x)^2=1$

$\lg x=1$ или $\lg x=-1$

$x=10, \qquad x=10^{-1}$

$\qquad\qquad x=0{,}1$

Ответ: 0,1; 10

**7.** $\log_{23}(2x=1)+\log_{23} x=\log_{23}(x+2)$

ОДЗ $\begin{cases}2x+1>0\\ x+2>0\\ x>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\ x>-2\\ x>0\end{cases} \Rightarrow x>0$

$\log_{23}(2x+1)x=\log_{23}(x+2)$

$x(2x+1)=x+2, \quad 2x^2-2=0, \quad 2(x^2-1)=0$

$x^2=1$

$x_1=-1$- не входит в ОДЗ

$x_2=1$

Ответ: 1.

**8.** $2x^{\log_2 x}=32$ ОДЗ $x>0$

$x^{\log_2 x}=16$

$\log_2 x^{\log_2 x}=\log_2 16$

$\log_2 x \log_2 x=\log_2 2^4$

$(\log_2 x)^2=\log_2 2^4$

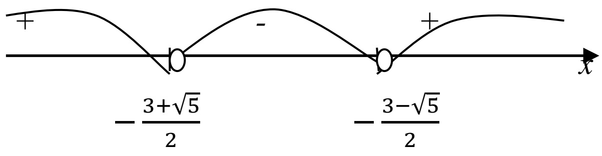
$\log_2 x=2$ или $\log_2 x=-2$

$x=4 \qquad\qquad x=\frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{1}{4}$, 4

**9.** $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+3x-1)=-2$

ОДЗ $x^2+3x-1>0$, $D=5$, $x_1=-\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \quad x_2=-\frac{3-\sqrt{5}}{2}$




$x \in (-\infty;\ -\frac{3+\sqrt{5}}{2}) \cup (-\frac{3-\sqrt{5}}{2};\ \infty)$

$x^2+3x-1=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$, $x^2+3x-1=9$

$x^2+3x-10=0$, $D=49$, $x_1=-5$, $x_2=2$ оба корня входят в ОДЗ

Ответ: -5; 2.

**10.** $3\log_2{}^2 x-7\log_2 x+2=0$ ОДЗ $x>0$

$\log_2 x=y$

$3y^2-7y+2=0$, $D=25$, $y_1=2$, $y_2=\frac{1}{3}$

$\log_2 x=2$, $x=2^2$, $x=4$

$\log_2 x=\frac{1}{3}$, $x=2^{\frac{1}{3}}$, $x=\sqrt[3]{2}$ оба корня входят в ОДЗ

Ответ: $\sqrt[3]{2}$; 4.

**11.** $\lg(x^2-8)=\lg(2-9x)$

ОДЗ $\begin{cases} x^2-8>0 \\ 2-9x>0 \end{cases} => \begin{cases} x^2>8 \\ -9x>-2 \end{cases} => \begin{cases} x>\sqrt{8} \\ x<-\sqrt{8} \\ x<\frac{2}{9} \end{cases} =>\ x\in(-\infty;-\sqrt{8})\cup(\sqrt{8};\infty)$

$x^2-8=2-9x$

$x^2+9x-19=0, D=121$, $x_1=-10$

$x_2=1$ - не входит в ОДЗ

Ответ: -10.

**12.** $x^{2\log_3 x}=9$ ОДЗ $x>0$

$\log_3 x^{2\log_3 x}=\log_3 9$

$2\log_3 x\log_3 x=\log_3 3^2$

$2(\log_3 x)^2=\log_3 3^2$

$2(\log_3 x)^2=2\log_3 3$

$(\log_3 x)^2=\log_3 3$

$\log_3 x=1$

$x=3$ – входит в ОДЗ

Ответ: 3.

А мы с вами давайте повторим, в чем заключается каждый метод, по какому признаку мы определяем, что нужно использовать именно его, и каков его алгоритм.

Итак, (Слайд19)

Метод потенцирования

Признак: уравнение может быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию ($\log_a f(x)=\log_a g(x)$).

Алгоритм метода потенцирования:

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны не отрицательны);
2. Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;
3. Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;
4. Решить уравнение и проверить полученные корни по ОДЗ;
5. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

(Слайд 20)

Метод замены переменной

Признак: Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную.
Алгоритм метода замены переменной:
1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к предыдущей переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

(Слайд 21)
Метод логарифмирования
Признак: переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма.
Алгоритм метода логарифмирования:
1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию, равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

Проверка решения уравнений на доске: ребята комментируют решение.
Спасибо!

**5.** Давайте проанализируем следующее уравнение: (Слайд 22)

$$25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10.$$

Какой метод решения этого уравнения можно определить по внешним признакам? **Метод замены переменной.**

Давайте произведем эту замену и посмотрим, что получится. (Решение уравнения у доски)

ОДЗ $x > 0$

Преобразуем выражение $25^{\log_5^2 x} = 5^{2\log_5 x \cdot \log_5 x} = \left(5^{\log_5 x}\right)^{2\log_5 x} = (x)^{2\log_5 x}$.

Сделав теперь в исходном уравнении замену переменной t = $(x)^{\log_5 x}$, придем к системе:

$\begin{cases} t^2 - 3t - 10 = 0, \\ t > 0 \end{cases}$ $\begin{cases} t_1 = -2, t_2 = 5, \\ t > 0 \end{cases}$ t = 5.

Итак, $(x)^{\log_5 x} = 5$.

Прологарифмируем это уравнение по основанию 5:

$$\log_5 (x)^{\log_5 x} = \log_5 5, \ (\log_5 x)^2 = 1.$$

$$\log_5 x = 1 \text{ или } \log_5 x = -1.$$

1) $\log_5 x = 1$,    $x = 5$.

2) $\log_5 x = -1$,    $x = \frac{1}{5}$.

Ответ. $\frac{1}{5}$; 5

Получается, что мы использовали не только метод замены переменной. Но и метод логарифмирования!

Как же можно назвать это уравнение? **Комбинированным.** (Слайд 23)

Рассмотрим еще несколько таких уравнений:

1. $25^{\log_5^2 x}$ - $3x^{\log_5 x} = 10$.
2. $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$
3. $4^{\log_2^2 4x} + 3\cdot(4x)^{\log_2 4x} = 10$.

Фронтальное решение уравнений у доски и в тетрадях.

2. $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$

ОДЗ $x > 0$

$x^{\lg x} = t$

$10t + t^{-1} = 11$

$10t + \frac{1}{t} = 11$ / *общий знаменатель t*

$10t^2 - 11t + 1 = 0,\ D = 212 - 40 = 81,\ t_1 = 1,\ t_2 = \frac{1}{10}$

| | |
|---|---|
| $x^{\lg x} = 1$ | $x^{\lg x} = \frac{1}{10}$ |
| $x^{\lg x} = x^0$ | $\lg x^{\lg x} = \lg\frac{1}{10}$ |
| $\lg x = 0$ | $\lg x \lg x = \lg 10^{-1}$ |
| $x = 1$ | $(\lg x)^2 = \lg 10^{-1}$ |
| | $(\lg x)^2 = -1$ *нет корней* |

Ответ: 1

**3.** $4^{\log_2^2 4x} + 3\cdot(4x)^{\log_2 4x} = 10$.

Преобразуем выражение $4^{\log_2^2 4x} = 2^{2\log_2 4x\cdot\log_2 4x} = \left(2^{\log_2 4x}\right)^{2\log_2 4x} = (4x)^{2\log_2 4x}$.

Сделав теперь в исходном уравнении замену переменной t = $(4x)^{\log_2 4x}$, придем к системе:

$\begin{cases} t^2 + 3t - 10 = 0, \\ t > 0. \end{cases}$  $\begin{cases} t_1 = -5, t_2 = 2, \\ t > 0. \end{cases}$  t = 2.

Итак, $(4x)^{\log_2 4x} = 2$.

Прологарифмируем это уравнение по основанию 2:

$$\log_2(4x)^{\log_2 4x} = \log_2 2,\ (\log_2 4x)^2 = 1.$$

$$\log_2 4x = 1 \text{ или } \log_2 4x = -1.$$

1) $\log_2 4x = 1, \quad 4x = 2, \quad x_1 = \frac{1}{2}.$

2) $\log_2 4x = -1, \quad 4x = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{8}.$

<u>Ответ</u>. $x_1 = \frac{1}{2},\ x_2 = \frac{1}{8}.$

Проанализируйте решение каждого уравнения и запишите в таблицу, какие методы вы использовали при решении этих уравнений, с помощью кода указанного в задании. Например, для первого уравнения мы выяснили, что это комбинация метода замены переменной и метода логарифмирования.

Закодируем и получим (Слайд 23)

| № | Уравнение | Методы |
|---|---|---|
| 1. | $25^{\log_5^2 x}$ - $3x^{\log_5 x} = 10$ | ЗП, ЛГ |
| 2. | $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11$ | ЗП, ЛГ |
| 3. | $4^{\log_2^2 4x} + 3\cdot(4x)^{\log_2 4x} = 10$ | ЗП, ЛГ |

**<u>6.</u>** Все вы помните, что в конце года вам предстоит важное испытание – ЕГЭ. Логарифмические уравнения составляют его часть. Они встречаются в 7 задании базового уровня и 13 задании профильного уровня, где нужно развернутое решение. Мы сейчас с вами потренеруемся в выполнении подобных заданий. Все включите нэтбуки. На рабочем столе есть файл "Он-лайн тест", откройте его пройдите по ссылке. Пройдите тест по теме "Логарифмы".

**<u>7.</u>** Итог, домашнее задание: (Слайд 25)

1. Из предложенных уравнений решить те, которые Вы можете решить:

$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) = 1;$

$\log_5(4-x) + 2\log_5\sqrt{x+2} - 1 = 0;$

$10^{\lg^2 x} - 8x^{\lg x} = 20;$

$\log_4\left(2\log_3\left(1+\log_2\left(1+3\log_3(x-1)\right)\right)\right) = \frac{1}{2}.$